

MATHE BESTEHEN OHNE VERSTEHEN?

**WAHRSCHEIN-
LICHKEITEN**

LARA-SYSTEM

Realschule · Klasse 9–10 · Prüfungsvorbereitung

Kostenlose Leseprobe

Lerne das LARA-System kennen

1 Denken statt Raten

1.1 Warum Wahrscheinlichkeit schwerfällt

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung gehört zu den Themen, vor denen viele Schüler besonderen Respekt haben. Oft wirken Aufgaben unübersichtlich, verwirrend oder sogar zufällig. Dabei besteht die eigentliche Schwierigkeit häufig gar nicht in der Rechnung.

In meiner langjährigen Tätigkeit als Nachhilfelehrer habe ich immer wieder dieselbe Erfahrung gemacht: Die meisten scheitern nicht an Brüchen, Prozentsen oder Multiplikation. Sie scheitern viel früher.

Viele wissen nicht,

- wie sie beginnen sollen,
- welche Informationen wichtig sind,
- was überhaupt gesucht wird
- oder wie die einzelnen Angaben zusammengehören.

Dadurch entsteht schnell das Gefühl, Wahrscheinlichkeitsaufgaben seien besonders kompliziert. Dabei steckt hinter vielen Prüfungsaufgaben immer wieder dieselbe Struktur.

Unser Gehirn lässt sich jedoch leicht von langen Texten, vielen Zahlen und Alltagsgeschichten ablenken. Statt den eigentlichen Kern einer Aufgabe zu erkennen, versuchen viele, alle Informationen gleichzeitig zu verarbeiten. Genau dadurch entsteht Chaos.

Deshalb besteht die größte Herausforderung oft nicht darin, richtig zu rechnen, sondern richtig hinzusehen.

Genau hier setzt das LARA-System an:

Erst Struktur. Dann Rechnung.

1.2 Warum unser Bauchgefühl uns täuscht

Viele Menschen glauben, sie hätten ein gutes Gefühl für Wahrscheinlichkeiten. Im Alltag verlassen wir uns oft auf unsere Intuition. Meistens funktioniert das auch gut. Doch gerade bei Zufall und Wahrscheinlichkeit führt uns unser Bauchgefühl erstaunlich häufig in die Irre.

Wir erkennen Muster, wo gar keine sind. Wir überschätzen seltene Ereignisse. Und wir unterschätzen Wahrscheinlichkeiten, die auf den ersten Blick ungewöhnlich erscheinen. Deshalb wirken viele Aufgaben zunächst unlogisch, obwohl sie mathematisch völlig nachvollziehbar sind.

Ein bekanntes Beispiel dafür ist das sogenannte Ziegenproblem. Stell dir vor, du bist Kandidat in einer Spielshow. Vor dir stehen drei geschlossene Türen. Hinter einer Tür befindet sich ein Auto. Hinter den beiden anderen stehen Ziegen. Du entscheidest dich für eine Tür. Der Moderator, der weiß, wo sich das Auto befindet, öffnet anschließend eine der beiden anderen Türen. Dahinter steht eine Ziege.

Nun hast du die Wahl:

Bleibst du bei deiner ersten Entscheidung oder wechselst du die Tür?

Viele Menschen glauben, dass beide Türen nun die gleiche Gewinnchance von 50 % haben. Das erscheint zunächst logisch. Tatsächlich ist das aber falsch. Wer die Tür wechselt, gewinnt mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{2}{3}$. Wer bei seiner ersten Wahl bleibt, gewinnt nur mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{3}$.

Unser Bauchgefühl ist nicht immer zuverlässig. Deshalb lösen wir Wahrscheinlichkeitsaufgaben nicht nach Gefühl, sondern systematisch.

DAS ZIEGENPROBLEM

Warum Wechseln die bessere Wahl ist

- 1** Drei Türen.
Hinter einer Tür
befindet sich ein Auto,
hinter den anderen
Ziegen.



- 2** Du wählst eine Tür,
zum Beispiel Tür 1.

Ich wähle
Tür 1.



- 3** Der Moderator, der weiß,
wo das Auto steht,
öffnet eine andere Tür,
hinter der sich eine
Ziege befindet.



- 4** Du hast nun die Wahl:
Bleibst du bei Tür 1
oder wechselst du
zu Tür 3?

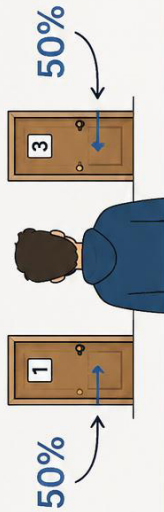


Bleiben
bei Tür 1

Wechseln
zu Tür 3

WAS VIELE DENKEN (INTUITION)

Beide Türen haben jetzt
die gleiche Chance.



WAS MATHEMATISCH RICHTIG IST

Deine ursprüngliche Wahl (Tür 1) hat nur eine Chance von $1/3$.
Die andere, nicht gewählte Tür (Tür 3) hat eine Chance von $2/3$.



Fazit:

Wechseln verdoppelt deine Gewinnchance auf $2/3$!

Unser Bauchgefühl sagt uns 50:50 –
Mathematik zeigt uns die Wahrheit.

1.3 Unterschiedliche Aufgaben – dieselbe Struktur

Auf den ersten Blick wirken Wahrscheinlichkeitsaufgaben oft völlig unterschiedlich. Mal geht es um

- Würfel,
- Karten,
- Kugeln,
- Glücksräder,
- Lose

Dadurch entsteht leicht der Eindruck, dass für jede neue Aufgabe ein neuer Lösungsweg nötig ist. Aus meiner langjährigen Erfahrung als Nachhilfelehrer habe ich jedoch immer wieder dieselbe Beobachtung gemacht:

Die eigentliche Schwierigkeit liegt häufig gar nicht in der Rechnung. Denn obwohl sich Geschichten, Zahlen und Situationen verändern, beruhen viele Prüfungsaufgaben auf denselben wenigen Strukturen.

Immer wieder geht es um dieselben Fragen:

- Welche Möglichkeiten gibt es?
- Welche Fälle gehören zusammen?
- Wie viele günstige Möglichkeiten gibt es?
- Muss addiert oder multipliziert werden?
- Wird mit oder ohne Zurücklegen gearbeitet?

Deshalb ähneln sich viele Wahrscheinlichkeitsaufgaben viel stärker, als es auf den ersten Blick scheint. Die äußere Form verändert sich. Die zugrunde liegende Struktur bleibt oft dieselbe. Wer diese Strukturen erkennt, muss nicht für jede neue Aufgabe einen neuen Lösungsweg lernen. Genau darin liegt ein zentraler Gedanke des LARA-Systems:

Muster erkennen statt Aufgaben auswendig lernen.

DIE VERPACKUNG

Viel Text. Viele are Zahlen. Viele Details.
Auf den ersten Blick wirkt die Aufgabe riesig.



LARA entfernt
die Verpackung
und macht
den Kern
sichtbar.

DER KERN

Wenige, wichtige Informationen.
Klare Struktur. Ein klarer Weg.



Was wird gesucht?
→ Das Ziel der Aufgabe



Welche Informationen sind wichtig?
→ Nur das, was wirklich gebraucht wird



Wie hängen die Informationen zusammen?
→ Die Struktur erkennen



Welcher Weg führt zur Lösung?
→ Schritt für Schritt zum Ergebnis



KLARHEIT SCHAFFT SICHERHEIT.
ORDNUNG FÜHRT ZUR LÖSUNG.



Die Aufgabe verändert sich nicht. Nur der Blick auf sie.
LARA schafft Ordnung. Die Lösung wird dadurch einfacher.

1.4 Ordnung statt Chaos

Prüfungsaufgaben enthalten oft viele Informationen gleichzeitig:

- Zahlen
- Farben
- Ziehungen
- Reihenfolgen
- Bedingungen
- verschiedene Ereignisse

Dadurch verliert man leicht den Überblick.

Zum Beispiel werden

- günstige und mögliche Fälle verwechselt,
- addiert statt multipliziert,
- mit und ohne Zurücklegen vertauscht
- oder ein ungeeigneter Lösungsweg gewählt.

Frage dich:

- Worum geht es in dieser Aufgabe?
- Welche Informationen gehören zusammen?
- Welche Angaben sind für die Lösung wirklich wichtig?
- Welche spielen zunächst keine Rolle?

Erst wenn diese Fragen beantwortet sind, wird entschieden, welcher Lösungsweg zur Aufgabe passt.

**Nicht schneller rechnen.
Sondern klarer denken.**

1.5 Das LARA-System

Das LARA-System ist kein Rechenverfahren.

Es ist eine Denkstrategie, mit der Wahrscheinlichkeitsaufgaben zunächst geordnet und anschließend Schritt für Schritt gelöst werden.

Während meiner Arbeit mit Schülern wurde mir immer deutlicher, dass ein gutes System nicht nur logisch aufgebaut sein muss. Es muss auch so einfach sein, dass man sich seine Reihenfolge jederzeit merken kann.

So entstand das LARA-System – vier aufeinander aufbauende Schritte, die Orientierung geben und den Weg von der Aufgabenstellung bis zur Lösung klar strukturieren.

Es hilft dabei,

- den Überblick zu behalten,
- typische Denkfehler zu vermeiden,
- den passenden Lösungsweg zu erkennen
- und Aufgaben sicherer zu lösen.

Jedes gute System folgt einer festen Reihenfolge.
Jeder Schritt erfüllt eine eigene Aufgabe.

Zusammen bilden sie einen klaren Weg –
vom ersten Lesen bis zur fertigen Lösung.

LARA steht für:

- **L**esen
- **A**analysieren
- **R**eagieren
- **A**nwenden

Dabei geht es nicht darum, möglichst komplizierte Methoden auswendig zu lernen. Das Ziel ist vielmehr, eine klare Reihenfolge im Denken zu schaffen.

L – Lesen

Zuerst wird die Aufgabe aufmerksam gelesen.

Nicht hektisch. Nicht sofort mit dem Taschenrechner.

Viele Fehler entstehen bereits hier,
weil wichtige Informationen übersehen werden.

Zum Beispiel:

- Was wird überhaupt gesucht?
- Welche Zahlen sind wichtig?
- Wie oft passiert etwas?
- Geht es um Ziehen, Würfeln oder Drehen?
- Mit oder ohne Zurücklegen?

A – Analysieren

Jetzt wird die Aufgabe geordnet.

- Welche Informationen gehören zusammen?
- Welche Struktur steckt hinter der Aufgabe?
- Muss addiert oder multipliziert werden?
- Ist ein Baumdiagramm sinnvoll?
- Oder reicht vielleicht schon die LARA-Tabelle?

Genau hier wird aus einer scheinbar komplizierten Aufgabe eine übersichtliche Aufgabe.

R – Reagieren

Jetzt wird entschieden, welcher Lösungsweg zur Aufgabe passt.

Zum Beispiel:

- Baumdiagramm,
- LARA-Tabelle,
- Gegenwahrscheinlichkeit,
- Bergmethode
oder eine andere Denklogik.

Nicht jede Aufgabe braucht denselben Lösungsweg.
Aber viele folgen denselben wenigen Mustern.

A – Anwenden

Erst jetzt wird der ausgewählte Lösungsweg angewendet.

Die Aufgabe ist nun bereits geordnet.

Dadurch entsteht oft deutlich mehr Ruhe beim Rechnen,
weil man nicht mehr versucht,
alles gleichzeitig im Kopf zu behalten.

Genau das ist der eigentliche Sinn des LARA-Systems:

Nicht Chaos vergrößern – sondern Ordnung schaffen.

LARA verändert nicht die Mathematik,
sondern die Art, wie du auf eine Aufgabe blickst.

Aus Ordnung entsteht Übersicht.

Aus Übersicht entsteht Verständnis.

Und aus Verständnis entsteht die richtige Lösung.

1.6 Die wenigen Muster hinter Prüfungsaufgaben

Auf den vorherigen Seiten hast du gesehen, dass unterschiedlich aussehende Wahrscheinlichkeitsaufgaben oft auf denselben Strukturen beruhen. Für die Prüfung ist genau das entscheidend.

Du musst nicht für jede neue Aufgabe einen eigenen Lösungsweg lernen. Viel wichtiger ist es, zu erkennen, welches bekannte Muster hinter einer Aufgabe steckt.

Die meisten Prüfungsaufgaben beruhen auf wenigen immer wiederkehrenden Mustern. Dazu gehören zum Beispiel

- Ziehen mit oder ohne Zurücklegen,
- Baumdiagramme,
- günstige und mögliche Fälle,
- Gegenwahrscheinlichkeiten,
- Aufgaben mit „mindestens“ oder „höchstens“
- sowie Erwartungswerte.

Dabei können diese Muster ganz unterschiedlich aussehen. Eine Aufgabe spricht vielleicht von Kugeln in einer Urne. Eine andere von einem Glücksrad. Die nächste von Würfeln oder Spielkarten. Die Geschichte verändert sich. Die mathematische Struktur dahinter bleibt jedoch oft dieselbe.

Genau deshalb ist es wichtiger, das Muster einer Aufgabe zu erkennen, als möglichst viele einzelne Aufgaben auswendig zu lernen. Wenn du vor einer neuen Aufgabe sitzt, geht es also nicht zuerst um die Frage: „Habe ich genau diese Aufgabe schon einmal gerechnet?“

Sondern:

„Welche Struktur erkenne ich in dieser Aufgabe?“

Hier hilft dir das LARA-System. Du liest die Aufgabe, analysierst ihre Informationen und reagierst auf die erkannte Struktur mit dem passenden Lösungsweg. Erst danach wird gerechnet. So wird aus einer scheinbar neuen Aufgabe eine Aufgabe, die du Schritt für Schritt einordnen kannst.

Bevor du die wichtigsten Werkzeuge des LARA-Systems kennenlernst, begegnest du im nächsten Kapitel typischen Prüfungsaufgaben. Dabei geht es zunächst darum, ihre Strukturen zu erkennen und zu sehen, welche Herausforderungen unterschiedliche Aufgaben mit sich bringen. Anschließend lernst du im Werkzeugkasten die passenden Lösungswege kennen.

Erst Struktur. Dann Rechnung.